



# परिमेय संख्याएँ

## (Rational Numbers)

### अध्याय के मुख्य बिंदु

♦ परिमेय संख्याओं पर संक्रियाओं की विशेषताएँ ♦ परिमेय संख्याओं का संख्या रेखा पर निरूपण ♦ दो परिमेय संख्याओं के बीच परिमेय संख्याएँ।

$\frac{p}{q}$  के रूप की संख्याओं, जबकि  $p$  और  $q$  पूर्णांक हैं तथा  $q \neq 0$ , को **परिमेय संख्याएँ** कहते हैं।

प्रत्येक प्राकृतिक संख्या, पूर्णांक तथा भिन्न एक परिमेय संख्या होती है। शून्य भी एक परिमेय संख्या है, चूँकि शून्य  $\frac{0}{1}$  को लिखा जा सकता है, जो कि दो पूर्णाकों का भागफल है, जिसका हर एक अशून्य संख्या है।

$\frac{2}{5}$ ,  $\frac{-3}{7}$ ,  $\frac{4}{-5}$  तथा  $\frac{-3}{-8}$  इत्यादि परिमेय संख्याओं के उदाहरण हैं।

### परिमेय संख्याओं पर संक्रियाओं की विशेषताएँ (Properties of Operations on Rational Numbers)

क्रम-विनिमेयता, सहचारिता और वितरणता आदि परिमेय संख्याओं पर संक्रियाओं की विशेषताएँ पूर्णाकों, पूर्ण संख्याओं और प्राकृत संख्याओं के लगभग समान होती हैं किंतु वे संवृत प्रगुण में भिन्न होते हैं।



- परिमेय संख्या 0 न तो धनात्मक है और न ही ऋणात्मक है।

**संवृत प्रगुण-** परिमेय संख्याएँ योग, व्यकलन और गुणन संक्रियाओं के अंतर्गत संवृती होती हैं किंतु भाग के अंतर्गत संवृती नहीं होतीं।

$$\frac{5}{6} + \frac{(-4)}{5} = \frac{25 + (-24)}{30} = \frac{1}{30} \quad (\text{एक परिमेय संख्या})$$

$$\frac{5}{6} - \frac{(-4)}{5} = \frac{25 - (-24)}{30} = \frac{49}{30} \quad (\text{एक परिमेय संख्या})$$

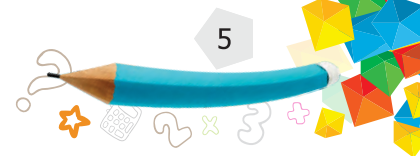
$$\frac{5}{6} \times \frac{(-4)}{5} = \frac{-4}{6} \quad (\text{एक परिमेय संख्या})$$

हम एक परिमेय संख्या से वही परिमेय संख्या प्राप्त करने के लिए परिमेय संख्या में शून्य जोड़ सकते हैं अथवा शून्य घटा सकते हैं। हम एक परिमेय संख्या से शून्य प्राप्त करने के लिए शून्य से गुणा कर सकते हैं। यह स्वयं एक परिमेय संख्या है किंतु यदि हम परिमेय संख्या को शून्य से भाग करते हैं, उदाहरण के लिए  $7 \div 0$ , तो यह सुपरिभाषित नहीं होती। इसलिए सभी परिमेय संख्याएँ भाग के अंतर्गत संवृती नहीं होतीं। फिर भी शून्य को छोड़कर सभी परिमेय संख्याएँ भाग के अंतर्गत संवृती होती हैं। हम जानते हैं कि पूर्ण संख्याएँ और प्राकृत संख्याएँ घटा के अंतर्गत संवृती नहीं होतीं।

निम्नलिखित तालिका इस तुलना को दिखाती है-

संख्याएँ	अंतर्गत संवृत हैं			
	योग के	व्यकलन के	गुणन के	भाग के
परिमेय संख्याएँ	हाँ	हाँ	हाँ	नहीं
पूर्णांक संख्याएँ	हाँ	हाँ	हाँ	नहीं
पूर्ण संख्याएँ	हाँ	नहीं	हाँ	नहीं
प्राकृत संख्याएँ	हाँ	नहीं	हाँ	नहीं

**क्रम-विनिमेयता प्रगुण-** जोड़ और गुणा परिमेय संख्याओं के लिए क्रम-विनिमेय होते हैं (और पूर्णांक, पूर्ण संख्याएँ और प्राकृत संख्याएँ)। दो परिमेय संख्याओं के क्रम में परिवर्तन से उनके योगफल अथवा गुणनफल में कोई परिवर्तन नहीं आता।





$$\left(\frac{-3}{8}\right) + \frac{1}{7} = \frac{-13}{56}, \quad \frac{1}{7} + \left(\frac{-3}{8}\right) = \frac{-13}{56}$$

$$\therefore \left(\frac{-3}{8}\right) + \frac{1}{7} = \frac{1}{7} + \left(\frac{-3}{8}\right)$$

किंतु दो परिमेय संख्याओं के क्रम में परिवर्तन से उनके अंतर अथवा भागफल में बदलाव आ जाता है। इसलिए परिमेय संख्याओं के लिए व्यवकलन और भाग क्रम-विनिमेय नहीं होते हैं।

$$\frac{-2}{3} - \frac{5}{4} = \frac{8-15}{12} = \frac{-7}{12}, \quad \frac{5}{4} - \frac{2}{3} = \frac{15-8}{12} = \frac{7}{12}$$

$$\therefore \frac{2}{3} - \frac{5}{4} \neq \frac{5}{4} - \frac{2}{3}$$

**साहचर्यता प्रगुण-** जोड़ और गुणन परिमेय संख्याओं के लिए **सहचारी** होते हैं (और पूर्णांक, पूर्ण संख्याएँ और प्राकृत संख्याएँ)।

$$\left(\frac{-1}{2}\right) + \left[\frac{3}{7} + \left(\frac{-4}{3}\right)\right] = \left(\frac{-1}{2}\right) + \left(\frac{-19}{21}\right) = \frac{-59}{42}$$

$$\left[\frac{-1}{2} + \frac{3}{7}\right] + \left(\frac{-4}{3}\right) = \left(\frac{-1}{14}\right) + \left(\frac{-4}{3}\right) = \frac{-59}{42}$$

$$\therefore \left(\frac{-1}{2}\right) + \left[\frac{3}{7} + \left(\frac{-4}{3}\right)\right] = \left[\frac{-1}{2} + \frac{3}{7}\right] + \left(\frac{-4}{3}\right)$$

$$\text{और } \frac{-2}{3} \times \left(\frac{-6}{7} \times \frac{4}{5}\right) = \frac{2}{3} \times \frac{-24}{35} = \frac{-48}{105}$$

$$\left(\frac{2}{3} \times \frac{-6}{7}\right) \times \frac{4}{5} = \frac{-12}{21} \times \frac{4}{5} = \frac{-48}{105}$$

$$\therefore \frac{2}{3} \times \left(\frac{-6}{7} \times \frac{4}{5}\right) = \left(\frac{2}{3} \times \frac{-6}{7}\right) \times \frac{4}{5}$$



• तीन परिमेय संख्याओं के समूह में परिवर्तन करने पर उनके योगफल अथवा गुणनफल में अंतर नहीं पड़ता।

$$\frac{-2}{3} - \left(\frac{-4}{5} - \frac{1}{2}\right) = \frac{-2}{3} - \frac{-13}{10} = \frac{-2}{3} + \frac{13}{10} = \frac{19}{30}$$

$$\left(\frac{-2}{3} - \frac{-4}{5}\right) - \frac{1}{2} = \left(\frac{-2}{3} + \frac{4}{5}\right) - \frac{1}{2} = \frac{2}{15} - \frac{1}{2} = \frac{-11}{30}$$

$$\therefore \frac{-2}{3} - \left(\frac{-4}{5} - \frac{1}{2}\right) \neq \left(\frac{-2}{3} - \frac{-4}{5}\right) - \frac{1}{2}$$

$$\text{और } \frac{1}{2} \div \left(\frac{-1}{3} \div \frac{2}{5}\right) = \frac{1}{2} \div \left(\frac{-1}{3} \times \frac{5}{2}\right) = \frac{1}{2} \div \frac{-5}{6} = \frac{1}{2} \times \frac{-6}{5} = \frac{-3}{5}$$

$$\left(\frac{1}{2} \div \frac{-1}{3}\right) \div \frac{2}{5} = \left(\frac{1}{2} \times \frac{-3}{1}\right) \div \frac{2}{5} = \frac{-3}{2} \div \frac{2}{5} = \frac{-3}{2} \times \frac{5}{2} = \frac{-15}{4}$$

$$\therefore \frac{1}{2} \div \left(\frac{-1}{3} \div \frac{2}{5}\right) \neq \left(\frac{1}{2} \div \frac{-1}{3}\right) \div \frac{2}{5}$$

**क्रम-विनिमेय और साहचर्यता प्रगुणों के लाभ-** ये प्रगुण बहुत-सी स्थितियों में परिकलन को आसान बना देते हैं।

**उदाहरण 1:**  $\frac{4}{5} + \left(\frac{-7}{13}\right) + \left(\frac{-6}{25}\right) + \frac{9}{26}$  का मान ज्ञात कीजिए।

**हल:**  $\frac{4}{5} + \frac{-7}{13} + \frac{-6}{25} + \frac{9}{26}$





$$\begin{aligned}
 &= \left( \frac{4}{5} + \frac{-6}{25} \right) + \left( \frac{-7}{13} + \frac{9}{26} \right) \\
 &= \frac{20 + (-6)}{25} + \frac{-14 + 9}{26} \\
 &= \frac{14}{25} + \frac{-5}{26} = \frac{365 - 125}{650} = \frac{239}{650}
 \end{aligned}$$

उत्तर

**उदाहरण 2 :**  $\frac{-3}{8} \times \frac{11}{13} \times \frac{16}{21} \times \frac{-26}{33}$  का मान ज्ञात कीजिए।

**हल :**

$$\begin{aligned}
 &\frac{-3}{8} \times \frac{11}{13} \times \frac{16}{21} \times \frac{-26}{33} \\
 &= \left( \frac{-3}{8} \times \frac{16}{21} \right) \times \left( \frac{11}{13} \times \frac{-26}{33} \right) \\
 &= \left( \frac{-1}{1} \times \frac{2}{7} \right) \times \left( \frac{1}{1} \times \frac{-2}{3} \right) \\
 &= \frac{-2}{7} \times \frac{-2}{3} = \frac{4}{21}
 \end{aligned}$$

उत्तर

**परिमेय संख्याओं के लिए भोज्य तत्समक-** प्राकृत संख्याओं, पूर्ण संख्याओं और पूर्णांकों की तरह शून्य परिमेय संख्याओं के लिए योज्य तत्समक है। जब हम एक परिमेय संख्या में शून्य जोड़ते हैं, तो हमें फिर वही संख्या प्राप्त होती है।

$$= \frac{-3}{5} + 0 = \frac{-3}{5} \quad \text{या} \quad 0 + \frac{-3}{5} = \frac{-3}{5}$$

**परिमेय संख्याओं के लिए गुणात्मक तत्समक-** प्राकृत संख्याओं, पूर्ण संख्याओं और पूर्णांकों की तरह परिमेय संख्याओं के लिए गुणात्मक तत्समक है। जब हम किसी परिमेय संख्या को 1 से गुणा करते हैं, तो हमें स्वयं वही परिमेय संख्या प्राप्त होती है।

$$= \frac{-5}{8} \times 1 = \frac{-5}{8} \quad \text{या} \quad 1 \times \frac{-5}{8} = \frac{-5}{8}$$

**एक परिमेय संख्या का ऋणात्मक अथवा योज्य प्रतिलोम-** प्राकृत संख्याओं, पूर्ण संख्याओं और पूर्णांकों की तरह एक परिमेय संख्या का ऋणात्मक अथवा योज्य प्रतिलोम वह परिमेय संख्या होती है, जिसे जब परिमेय संख्या में जोड़ा जाता है, तो 0 प्राप्त होता है।

$$= \frac{-3}{4} + \frac{3}{4} = 0 \quad \text{या} \quad \frac{3}{4} + \frac{-3}{4} = 0$$

$\frac{-3}{4}$ ,  $\frac{3}{4}$  का ऋणात्मक अथवा योज्य प्रतिलोम है।

$\frac{3}{4}$ ,  $\frac{-3}{4}$  का ऋणात्मक अथवा योज्य प्रतिलोम है।

**एक परिमेय संख्या का व्युत्क्रम अथवा गुणात्मक प्रतिलोम-** प्राकृत संख्याओं, पूर्ण संख्याओं और पूर्णांकों की तरह एक परिमेय संख्या का व्युत्क्रम अथवा गुणात्मक प्रतिलोम एक परिमेय संख्या होती है, जिसे इससे गुणा करने पर 1 प्राप्त होता है।

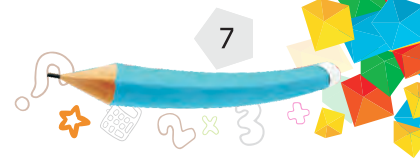
$$\frac{-9}{13} \times \frac{13}{-9} = 1 \quad \text{अथवा} \quad \frac{13}{-9} \times \frac{-9}{13} = 1$$

$\frac{-9}{13}$ ,  $\frac{13}{-9}$  का व्युत्क्रम अथवा गुणात्मक प्रतिलोम है।

$\frac{13}{-9}$ ,  $\frac{-9}{13}$  का व्युत्क्रम अथवा गुणात्मक प्रतिलोम है।



- शून्य का कोई व्युत्क्रम नहीं होता है।
- 1 और -1 आदि संख्याएँ स्वयं की व्युत्क्रम होती हैं।
- एक धनात्मक परिमेय संख्या का व्युत्क्रम धनात्मक होता है।





**उदाहरण 3:** क्या  $\frac{8}{9}, -1\frac{1}{8}$  का गुणात्मक प्रतिलोम है? क्यों अथवा क्यों नहीं?

**हल :**

$$-1\frac{1}{8} = \frac{-9}{8}$$

$$\text{अब, } \frac{8}{9} \times \frac{-9}{8} = -1$$

नहीं,  $\frac{8}{9}, -1\frac{1}{8}$  का गुणात्मक प्रतिलोम नहीं है, क्योंकि  $\frac{8}{9}$  और  $-1\frac{1}{8}$  का गुणनफल 1 नहीं है।

उत्तर

**उदाहरण 4:** क्या  $0.3, 3\frac{1}{3}$  का गुणात्मक प्रतिलोम है? क्यों अथवा क्यों नहीं?

**हल :**

$$0.3 = \frac{3}{10}, \quad 3\frac{1}{3} = \frac{10}{3}$$

$$\frac{3}{10} \times \frac{10}{3} = 1$$

इसलिए  $0.3, 3\frac{1}{3}$  का गुणात्मक प्रतिलोम है।

उत्तर

**परिमेय संख्याओं के लिए गुणन योग पर वितरक होता है-**

यदि  $\frac{-2}{3} \times \frac{3}{4}$  और  $\frac{-5}{6}$  तीन परिमेय संख्याएँ हैं।

$$\frac{-2}{3} \times \left\{ \frac{3}{4} + \left( \frac{-5}{6} \right) \right\} = \frac{-2}{3} \times \left\{ \frac{9 + (-10)}{12} \right\} = \frac{-2}{3} \times \frac{-1}{12} = \frac{1}{18}$$

$$\frac{-2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{-1}{2}$$

$$\frac{-2}{3} \times \frac{-5}{6} = \frac{5}{9}$$

इसलिए,  $\frac{-2}{3} \times \frac{3}{4} + \frac{-2}{3} \times \frac{-5}{6} = \frac{-1}{2} + \frac{5}{9} = \frac{-9 + 10}{18} = \frac{1}{18}$

इस प्रकार,  $\frac{-2}{3} \times \left\{ \frac{3}{4} + \left( \frac{-5}{6} \right) \right\} = \left( \frac{-2}{3} \times \frac{3}{4} \right) + \left( \frac{-2}{3} \times \frac{-5}{6} \right)$

**उदाहरण 5:** उपयुक्त प्रणुओं का प्रयोग करके  $\frac{2}{5} \times \left( -\frac{3}{7} \right) - \frac{1}{6} \times \frac{3}{2} + \frac{1}{14} \times \frac{2}{5}$  का मान ज्ञात कीजिए।

**हल :**

$$= \frac{2}{5} \times \left( \frac{-3}{7} \right) - \frac{1}{6} \times \frac{3}{2} + \frac{1}{14} \times \frac{2}{5}$$

$$= \frac{2}{5} \times \left( \frac{-3}{7} \right) - \frac{1}{6} \times \frac{3}{2} + \frac{2}{5} \times \frac{1}{14}$$

(क्रम विनिमेयता द्वारा)

$$= \frac{2}{5} \times \left( \frac{-3}{7} \right) + \frac{2}{5} \times \frac{1}{14} - \frac{1}{6} \times \frac{3}{2}$$

(साहचर्यता द्वारा)

$$= \frac{2}{5} \times \left[ \left( \frac{-3}{7} \right) + \frac{1}{14} \right] - \frac{1}{6} \times \frac{3}{2}$$

(वितरण द्वारा)

$$= \frac{2}{5} \times \left[ \frac{-6 + 1}{14} \right] - \frac{1}{6} \times \frac{3}{2}$$

$$= \frac{2}{5} \times \frac{-5}{14} - \frac{1}{6} \times \frac{3}{2}$$

$$= \frac{-1}{7} - \frac{1}{4} = \frac{-4 - 7}{28} = \frac{-11}{28}$$

उत्तर





## प्रश्नावली-1.1

1. प्रत्येक का योज्य प्रतिलोम लिखिए-

(क)  $\frac{3}{7}$                       (ख)  $\frac{-4}{11}$                       (ग)  $\frac{-3}{-5}$                       (घ)  $\frac{8}{-27}$                       (ङ)  $\frac{17}{-10}$

2. प्रगुणों का प्रयोग करके ज्ञात कीजिए-

(क)  $\frac{3}{7} + \left(\frac{-6}{11}\right) + \left(\frac{-8}{21}\right) + \frac{5}{22}$                       (ख)  $\left(\frac{-4}{15}\right) \times \frac{3}{7} \times \frac{15}{16} \times \left(\frac{-14}{9}\right)$

3. निम्नलिखित का गुणात्मक प्रतिलोम ज्ञात कीजिए-

(क)  $-1$                       (ख)  $-17$                       (ग)  $\frac{1}{3}$                       (घ)  $\frac{-9}{13}$                       (ङ)  $\frac{3}{-7}$

4. निम्नलिखित प्रत्येक में गुणन के अंतर्गत उपयोग किए गए गुणधर्म का नाम लिखिए-

(क)  $\frac{-5}{7} \times \frac{-3}{11} = \frac{-3}{11} \times \frac{-5}{7}$                       (ख)  $\frac{-6}{13} \times 1 = 1 \times \frac{-6}{13} = \frac{-6}{13}$

5. क्या  $0.7, 1\frac{3}{5}$  का गुणात्मक प्रतिलोम है? क्यों अथवा क्यों नहीं?

6. क्या  $\frac{5}{8}, -1\frac{3}{5}$  का गुणात्मक प्रतिलोम है? क्यों अथवा क्यों नहीं?

7. वितरकता का प्रयोग करके ज्ञात कीजिए-

(क)  $\left\{\frac{7}{5} \times \left(\frac{-3}{12}\right)\right\} + \left(\frac{7}{5} \times \frac{5}{12}\right)$                       (ख)  $\left(\frac{9}{16} \times \frac{4}{12}\right) + \left(\frac{-3}{9} \times \frac{9}{16}\right)$

8. गुणधर्मों के उपयोग से ज्ञात कीजिए-

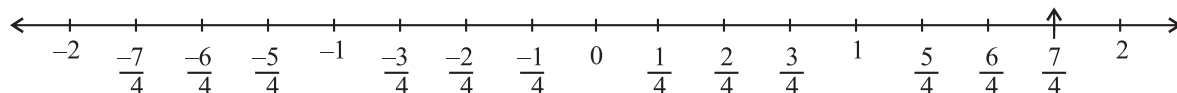
$\frac{2}{5} \times \frac{-3}{7} - \frac{1}{14} - \frac{3}{7} \times \frac{3}{5}$

### परिमेय संख्याओं का संख्या रेखा पर निरूपण

#### (Representation of Rational Numbers on the Number Line)

दो क्रमागत पूर्णाकों के मध्य इकाई दूरी छोड़कर हम पूर्णाकों को संख्या रेखा पर निरूपित कर सकते हैं। दो क्रमागत पूर्णाकों के मध्य कोई पूर्णाक नहीं होता। किंतु हम दो क्रमागत पूर्णाकों के मध्य परिमेय संख्याओं को भर सकते हैं।

परिमेय संख्याओं का हर उन समान भागों की संख्या को दर्शाता है, जिसमें से किसी इकाई को बाँटा जाता है, जबकि अंश दर्शाता है कि इन भागों में से कितने भागों को लिया जाता है।  $\frac{7}{4}$  को एक संख्या रेखा पर दर्शाने के लिए हम ज्ञात करते हैं कि किन दो क्रमागत पूर्णाकों के बीच में यह स्थित है। क्योंकि  $\frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$ । अतः यह 1 और 2 के बीच में पड़ता है। इसलिए हम 1 और 2 के बीच की इकाई दूरी को चार समान भागों में बाँटते हैं।

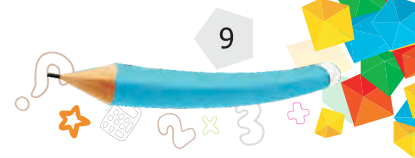


इस प्रकार किसी भी परिमेय संख्या को संख्या रेखा पर प्रदर्शित किया जा सकता है।

### दो परिमेय संख्याओं के बीच परिमेय संख्याएँ (Rational Numbers between Two Rational Numbers)

$\frac{2}{5}$  और  $\frac{1}{2}$  के बीच की परिमेय संख्याएँ ज्ञात करते हैं। सबसे पहले  $\frac{2}{5}$  और  $\frac{1}{2}$  समान हरों वाली परिमेय संख्याओं में परिवर्तित करते हैं।

$\frac{2 \times 2}{5 \times 2} = \frac{4}{10}$  और  $\frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{10}$





आप सोच सकते हैं कि  $\frac{4}{10}$  और  $\frac{5}{10}$  के बीच कोई परिमेय संख्या नहीं है, क्योंकि ये क्रमागत दिखाई पड़ती हैं।

किंतु हम  $\frac{4}{10}$  को  $\frac{40}{100}$  और  $\frac{5}{10}$  को  $\frac{50}{100}$  लिख सकते हैं।

अब  $\frac{4}{10}$  और  $\frac{5}{10}$  के बीच की संख्याएँ  $\frac{41}{100}, \frac{42}{100}, \dots, \frac{48}{100}, \frac{49}{100}$  हैं। इन परिमेय संख्याओं की संख्या 9 है।

$\frac{4}{10}$  को  $\frac{400}{1000}$  तथा  $\frac{5}{10}$  को  $\frac{500}{1000}$  के रूप में व्यक्त किया जा सकता है। अब परिमेय संख्याएँ  $\frac{401}{1000}, \frac{402}{1000}, \dots, \frac{498}{1000}, \frac{499}{1000}$  परिमेय संख्याओं  $\frac{4}{10}$  और  $\frac{5}{10}$  के बीच में हैं। इन परिमेय संख्याओं की संख्या 99 है।

इस प्रकार बढ़ते हुए, हम  $\frac{4}{10}$  और  $\frac{5}{10}$  के बीच अधिक से अधिक परिमेय संख्याएँ पाते हैं।

इस प्रकार, हम किन्हीं दो दी हुई परिमेय संख्याओं के बीच में अनगिनत परिमेय संख्याएँ प्राप्त कर सकते हैं।

**उदाहरण :**  $-\frac{2}{5}$  और  $\frac{1}{2}$  के बीच दस परिमेय संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

**हल :**  $-\frac{2}{5}$  और  $\frac{1}{2}$  को समान हर वाली परिमेय संख्याओं में बदलने पर,

$$-\frac{2}{5} = \frac{-2 \times 2}{5 \times 2} = \frac{-4}{10} \text{ और } \frac{1}{2} = \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{10}$$

हम  $-\frac{3}{10}, -\frac{2}{10}, -\frac{1}{10}, \frac{0}{10}, \frac{1}{10}, \frac{2}{10}, \frac{3}{10}, \frac{4}{10}$  अर्थात् आठ परिमेय संख्याएँ  $-\frac{2}{5}$  और  $\frac{1}{2}$  के बीच में देख सकते हैं।

किंतु हमें दस परिमेय संख्याओं की आवश्यकता है। इसलिए हम  $-\frac{4}{10}$  और  $\frac{5}{10}$  के अंश व हर को दो से गुणा करते हैं।

$$-\frac{4}{10} = \frac{-4 \times 2}{10 \times 2} = \frac{-8}{20} \text{ और } \frac{5}{10} = \frac{5 \times 2}{10 \times 2} = \frac{10}{20}$$

अब हमारे पास  $-\frac{8}{20}$  और  $\frac{10}{20}$  अर्थात्  $-\frac{2}{5}$  और  $\frac{1}{2}$  के मध्य में सत्रह परिमेय संख्याएँ हैं। हम इनमें से कोई दस ले सकते हैं।

$$-\frac{7}{20}, -\frac{6}{20}, -\frac{5}{20}, -\frac{4}{20}, -\frac{3}{20}, -\frac{2}{20}, -\frac{1}{20}, \frac{0}{20}, \frac{1}{20}, \frac{2}{20}$$

उत्तर

**दी हुई दो परिमेय संख्याओं के मध्य परिमेय संख्याएँ ज्ञात करने में माध्य की अवधारणा का प्रयोग-**

**उदाहरण :**  $\frac{1}{4}$  और  $\frac{1}{2}$  के मध्य तीन परिमेय संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

**हल :** हम दी गई परिमेय संख्याओं का माध्य ज्ञात करते हैं।

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} \text{ और } \frac{1}{2} \text{ का माध्य} &= \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \right) \div 2 \\ &= \frac{3}{4} \div 2 = \frac{3}{8} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{4} \text{ और } \frac{3}{8} \text{ का माध्य} = \left( \frac{1}{4} + \frac{3}{8} \right) \div 2 = \frac{5}{8} \div 2 = \frac{5}{16}$$

$$\frac{3}{8} \text{ और } \frac{1}{2} \text{ का माध्य} = \left( \frac{3}{8} + \frac{1}{2} \right) \div 2 = \frac{7}{8} \div 2 = \frac{7}{16}$$

इस प्रकार  $\frac{1}{4}$  और  $\frac{1}{2}$  के मध्य में  $\frac{5}{16}, \frac{3}{8}, \frac{7}{16}$  तीन परिमेय संख्याएँ हैं। हम इसी प्रकार दी हुई दो परिमेय संख्याओं के मध्य में अधिक से अधिक परिमेय संख्याएँ ज्ञात कर सकते हैं।

उत्तर

**उदाहरण :**  $-2$  और  $-1$  के बीच में पाँच परिमेय संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

**हल :** दिया अंतर  $= -1 - (-2) = -1 + 2 = 1$  है।

पाँच परिमेय संख्याओं के लिए अंतर 5 से एक अधिक  $= 6$  होना चाहिए।





इसलिए, हम  $-2$  और  $-1$  को  $\frac{-2 \times 6}{6} = \frac{-12}{6}$  और  $\frac{-1 \times 6}{6} = \frac{-6}{6}$  रखते हैं।

$\frac{-12}{6}$  और  $\frac{-6}{6}$  अर्थात्  $-2$  और  $-1$  के मध्य पाँच परिमेय संख्याएँ  $\frac{-11}{6}, \frac{-10}{6}, \frac{-9}{6}, \frac{-8}{6}, \frac{-7}{6}$  हैं।

यदि हम  $-2$  और  $-1$  के बीच में 10 परिमेय संख्याएँ डालना चाहते हैं, तो अंतर 10 से 1 अधिक = 11 होना चाहिए।

इसलिए, हम  $-2$  और  $-1$  को  $\frac{-2 \times 11}{11} = \frac{-22}{11}$  और  $\frac{-1 \times 11}{11} = \frac{-11}{11}$  रखते हैं।

तब  $\frac{-22}{11}$  और  $\frac{-11}{11}$  के मध्य की परिमेय संख्याएँ  $\frac{-21}{11}, \frac{-20}{11}, \frac{-19}{11}, \dots, \frac{-13}{11}, \frac{-12}{11}$  हैं।

उत्तर



## प्रश्नावली-1.2

- $\frac{9}{5}$  और  $\frac{-7}{8}$  को संख्या रेखा पर निरूपित कीजिए।
- $\frac{-4}{9}, \frac{-5}{9}, \frac{-7}{9}$  को संख्या रेखा पर निरूपित कीजिए।
- निम्नलिखित के मध्य एक परिमेय संख्या ज्ञात कीजिए—  
 (क)  $\frac{-1}{2}$  और  $\frac{1}{2}$                       (ख)  $\frac{1}{5}$  और  $\frac{1}{2}$                       (ग)  $\frac{-5}{7}$  और  $\frac{-2}{5}$                       (घ)  $-2$  और  $2$
- $-1$  और  $1$  के मध्य दो परिमेय संख्याएँ ज्ञात कीजिए।
- $-1$  और  $0$  के मध्य तीन परिमेय संख्याएँ ज्ञात कीजिए।
- निम्नलिखित के मध्य पाँच परिमेय संख्याएँ ज्ञात कीजिए—  
 (क)  $\frac{2}{3}$  और  $\frac{4}{5}$                       (ख)  $\frac{-3}{2}$  और  $\frac{5}{3}$
- $\frac{3}{5}$  और  $\frac{3}{4}$  के मध्य 10 परिमेय संख्याएँ ज्ञात कीजिए।
- ज्ञात कीजिए—  $\frac{-7}{9}$  और  $\frac{4}{9}$  के बीच में  
 (क) 10 परिमेय संख्याएँ                      (ख) 100 परिमेय संख्याएँ                      (ग) 1000 परिमेय संख्याएँ

## सारांश



- परिमेय संख्याएँ जोड़, व्यवकलन और गुणा के अंतर्गत संवृती होती हैं। वे भाग के अंतर्गत संवृती नहीं होतीं।
- परिमेय संख्याओं के लिए जोड़ और गुणा की संक्रियाएँ क्रम-विनिमेय और सहचारी होती हैं।
- परिमेय संख्याओं के लिए व्यवकलन और भाग न तो क्रम-विनिमेय होते हैं और न ही सहचारी होते हैं।
- परिमेय संख्याओं के लिए 0 योज्य तत्समक और 1 गुणात्मक तत्समक होते हैं।
- एक परिमेय संख्या का ऋणात्मक अथवा योज्य प्रतिलोम एक ऐसी परिमेय संख्या होती है, जिसे जब इसमें जोड़ दिया जाता है, तो शून्य प्राप्त होता है।
- एक परिमेय संख्या का व्युत्क्रम अथवा गुणात्मक प्रतिलोम एक ऐसी परिमेय संख्या होती है, जिसे जब इसमें गुणा की जाती है, तो 1 प्राप्त होता है।
- परिमेय संख्याओं के लिए गुणा, योग और व्यवकलन पर वितरक होते हैं।
- किन्हीं दो परिमेय संख्याओं के मध्य में अपरिमित परिमेय संख्याएँ पाई जाती हैं।





## बहुविकल्पीय प्रश्न (MCQs)

- परिमेय संख्याओं के योग में योगात्मक तत्समक क्या है ?  
 (क) 1  (ख) 0  (ग) -1  (घ) -0
- यदि  $\frac{a}{b}$  एक परिमेय संख्या है, तो इसका योगात्मक प्रतिलोम क्या होगा?  
 (क)  $ab$   (ख)  $\frac{-a}{b}$   (ग)  $\frac{-b}{a}$   (घ)  $\frac{b}{a}$
- परिमेय संख्याओं का गुणात्मक तत्समक क्या है?  
 (क) 10  (ख) 0  (ग) 1  (घ) -1
- 1 का व्युत्क्रम क्या है?  
 (क) 1  (ख) -1  (ग) 0  (घ) 10

## बौद्धिक गणित (Mental Maths)

रिक्त स्थान भरिए-

(क)  $\frac{-2}{5} + \square = \frac{-2}{5}$

(ख)  $\frac{3}{7} - \square = \frac{3}{7}$

(ग)  $\frac{-5}{9} \times \square = \frac{-5}{9}$

(घ)  $\frac{3}{4} \div 1 = \square$

(ङ)  $\frac{2}{3} \div \frac{2}{3} = \square$

(च)  $\frac{4}{11} \times \frac{11}{4} = \square$



## प्रयोगात्मक क्रियाकलाप LAB ACTIVITY

**उद्देश्य-** परिमेय संख्याओं के गुणक की अवधारणा को समझना।

**आवश्यक सामग्री-** सफेद चार्ट पेपर, ज्यामिति बॉक्स, विभिन्न रंग के पैन।

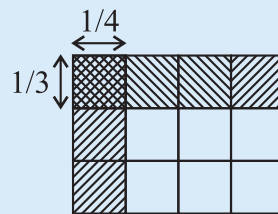
**प्रक्रिया-** (क) परिमेय संख्याओं  $\frac{1}{4}$  और  $\frac{1}{3}$  का गुणनफल ज्ञात करते हैं।

(ख) एक सफेद चार्ट पेपर से 4 सेमी लंबाई और 3 सेमी चौड़ाई का एक आयत काटिए।

(ग) लंबाई के अनुदिश आयत को 4 समान भागों में बाँटते हैं। प्रत्येक भाग आयत के  $\frac{1}{4}$  भाग को प्रदर्शित करता है। एक निश्चित दिशा में भागों में से एक को तिर्यक रेखाओं से छायांकित करते हैं।

(घ) चौड़ाई के अनुदिश आयत को 3 समान भागों में बाँटते हैं। प्रत्येक भाग आयत के  $\frac{1}{3}$  भाग को प्रदर्शित करता है। पहली छायांकित दिशा के विपरीत दिशा के भागों में से एक को तिर्यक रेखाओं से छायांकित करते हैं।

(ङ) इस प्रकार आयत 12 समान भागों में बँटा हुआ है। प्रत्येक भाग आयत के  $\frac{1}{12}$  के समान है। दोहरा छायांकित क्षेत्र  $\frac{1}{4}$  और  $\frac{1}{3}$  के गुणनफल को आयत के  $\frac{1}{12}$  के रूप में प्रदर्शित करता है।



$$\frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$$

